

İKİNCİ BÖLÜM

KÜMELER

$A \ni x$	= A kümesi x elemanını içeriyor. (x ögesi A kümesinin bir elemanıdır).
$A \not\ni x$	= x ögesi A kümesine ait değildir. A kümesi x ögesini içermez.
Öge	= Soyut veya somut varlıklardan her biri.
Küme	= Herhangi bir topluluk adıdır. Büyük harflerle gösterilir. Tanımsız bir terimdir. Bir kümenin tanımlanmış olabilmesi için elemanlarının kesinlikle belirlenmiş olması gerekir. Her küme iyi tanımlı olmak zorundadır.
Küme Elemanı	= Kümeyi oluşturan elemanlardan herbiri küçük harflerle gösterilir.
$\in$	= Eleman Olma (veya ait olma) anlamındadır.
$\notin$	= Eleman olmama (veya ait olmama) anlamındadır.
$a \in A$ $d \notin A$	= a, A kümesinin elemanıdır. = d, A kümesinin elemanı değildir. } $A = \{a, b, c\}$ $a \in A, d \notin A$

KÜMELERİN GÖSTERİLİŞİ

1- Liste Yöntemi =

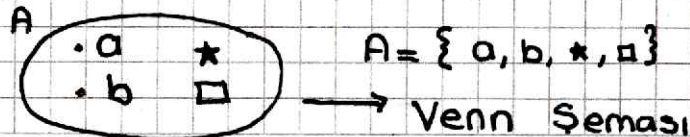
Tanım = Bu yöntemde kümenin elemanları küme parantezi içine $\{ \}$ birbirinden virgülle ayrılarak yazılır.
 $A = \{a, b, c\}$

2- Ortak Özellik Yöntemi (Özellik Belirtme Yöntemi)

Tanım = $A = \{x \mid P(x)\} = \{x : P(x)\}$
A kümesi $P(x)$ önermesini sağlayan x elemanlarından oluşur.
 $A = \{x \mid x \text{ tamsayı ve } x^2 = 4\}$

3- Venn Şemasıyla Gösterme Yöntemi

Tanım = Kapalı küme eğrisi içersinde her eleman arkasındaki bir nokta ile gösterilip küçük harflerle yazılır. Kümenin elemanı yada elemanları geometrik şekil ise arkasına nokta konmaz.



İKİNCİ BÖLÜM

KÜMELER

4- Aralık Olarak Gösterme Yöntemi =

Tanım = Küme kendisini oluşturan sayı aralıklarıyla gösterilir.

$$\begin{aligned} A &= [2; 5] \longrightarrow A = \{x \mid 2 \leq x < 5 \text{ ve } x \in \mathbb{R}\} \\ B &= [-1; 5] \longrightarrow B = \{x \mid -1 \leq x \leq 5 \text{ ve } x \in \mathbb{R}\} \\ C &= (-\infty, 3] \longrightarrow C = \{x \mid x \leq 3 \text{ ve } x \in \mathbb{R}\} \end{aligned}$$

KÜMELERLE İLGİLİ TEMEL ÖZELLİKLER

- 1- A kümesindeki elemanlar yer değiştirebilir.
 $A = \{a, b, c\} = \{b, c, a\} = \{c, a, b\} = \dots$
- 2- A kümesinde bir eleman birden fazla yazılamaz.
 $A = \{1, 4/4\}$ $\frac{4}{4} = 1$ olduğundan A bir küme değildir.
- 3- $s(A) = n$ A kümesinin eleman sayısını gösterir.
 $A = \{0, 1, 2\} \Rightarrow s(A) = 3$ Nicelik sayısı = Eleman sayısı

KÜMELERİN EŞİTLİĞİ

Elemanları aynı olan kümeleş eşit kümelerdir. A kümesinin B kümesine eşitliği $A=B$ şeklinde gösterilir. Eşit kümelerde kesişimin ve birleşimin eleman sayısı birbirine eşittir. ($A=B \Rightarrow s(A \cap B) = s(A \cup B)$) Eşit kümeler birbirlerinin alt kümesidir. ($A=B \Rightarrow A \subset B \wedge B \subset A$)

$$\begin{aligned} A=B &\Rightarrow A \subset B \text{ ve } B \subset A \\ A=B &\Rightarrow s(A \cap B) = s(A \cup B) \\ A=B &\Leftrightarrow (\forall x \in A \Rightarrow x \in B) \text{ ve } (\forall y \in B \Rightarrow y \in A) \end{aligned}$$

DENK KÜME

Elemanları birebir eşlenebilen (eleman sayıları aynı olan) kümelerdir.

$$s(A) = s(B) \Rightarrow A \approx B \text{ (eleman sayıları aynı olan kümeleri eş kümelerdir)}$$

EŞİT KÜME İLE DENK KÜMELER ARASINDAKİ İLİŞKİ

Her eşit küme denktir. Her denk küme eşit olmayabilir.

ÖZALT KÜME =

Tanım =

Bir kümenin kendisinden farklı tüm alt kümelerinden her birine bu kümenin özalt kümesi denir.

İKİNCİ BÖLÜM

KÜMELER

BOŞ KÜME

Tanım =

Elemanları olmayan kümedir. Boş küme $\{\}, \emptyset, \{\}$ şekillerinden biriyle gösterilir. $s(\emptyset) = 0$, $\{\emptyset\} \neq \emptyset$ boş küme değil tek elemanlı bir kümedir. Boş kümenin alt küme sayısı 1 dir. ($\emptyset \subset \emptyset$)

SONLU KÜME

Tanım =

Elemanları sayılarak belirtilebilen kümelerdir.

SONSUZ KÜME

Tanım =

Elemanları sayılarak belirtilemeyen (sayılamayacak kadar çok olan) kümelerdir.

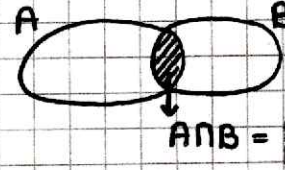
KÜMELER ARASINDAKİ İŞLEHLER

1- İKİ KÜMENİN KESİŞİMİ

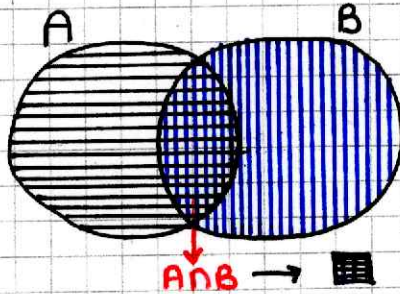
Tanım =

İki kümenin kesişim elemanları bu kümelerin ortak elemanlarıdır.

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \in B\}$$

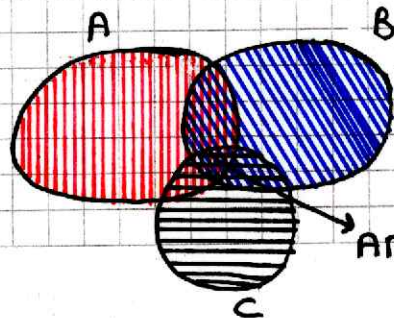


KESİŞİM BÖLGESİNİN TARAMA METODUYLA BULUNMASI

1) $A \cap B$ kümesinin Bulunması

Kesişimi oluşturan kümeler farklı yönlerde taranır. Burada A kümesi Yatay B kümesi dikey taranmıştır.

Kesişim kümesini oluşturan kesişim bölgesi farklı iki yönlü çizgilerle yatay ve dikey olarak taranan yerdir. Bir başka deyişle iki yönlü taramış bölge diyebiliriz.

2) $A \cap B \cap C$ Kümesinin Bulunması

Kesişimi oluşturan kümelerin her biri farklı yönlerde taranır. Üç farklı yönde taramış bölge kesişim kümesini gösterir.

İKİNCİ BÖLÜM

KÜMELER

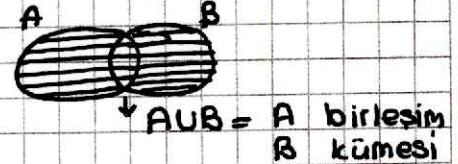
KESİŞİMİN ÖZELLİKLERİ

- 1- $A \cap A = A$ (Tek Kuvvet Özelliği)
- 2- $A \cap \emptyset = \emptyset$ $s(A \cap \emptyset) = 0$
- 3- $A \cap B = B \cap A$ (Değişme Özelliği)
- 4- $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) = A \cap B \cap C$
- 5- $(A \cap B) \subset A$, $(A \cap B) \subset B$
- 6- $A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$
- 7- $A \cap B = \emptyset$ ise $\longrightarrow$ a) A ile B Ayırık Kümelerdir.
- 8- $A \cap B = A \Rightarrow A \subset B$ b) Kümelerden biri boş küme olabilir
- 9- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ c) Her iki küme de boş küme olabilir.
- 10- $(B \cup C) \cap A = (B \cap A) \cup (C \cap A)$ d) $A \subset B'$ ve $B \subset A'$
- 11- $A \cap E = A$
- 12- $A \cap (A \cup B) = A$
- 13- $A \cup (A \cap B) = A$
- 14- $s(A \cap B) = s(A) + s(B) - s(A \cup B) = s(A \cup B) - s(A \setminus B) - s(B \setminus A)$
- 15- $s(A \cap B \cap C) = s(A \cap B) + s(A \cap C) + s(B \cap C) + s(A \cap B \cap C) - s(A) - s(B) - s(C)$
- 16- $(A \cup B) \cap (C \cup B) = [(A \cup B) \cap C] \cup [(A \cup B) \cap B]$
 $= [A \cap (C \cup B)] \cup [B \cap (C \cup B)]$

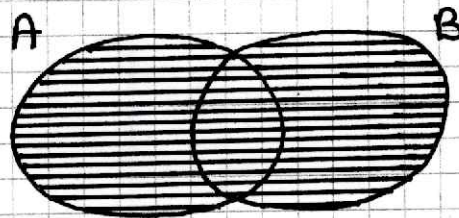
2- İKİ KÜMENİN BİRLEŞİMİ

Tanım = İki kümenin birleşim elemanları bu kümeleri oluşturan elemanların hepsidir.

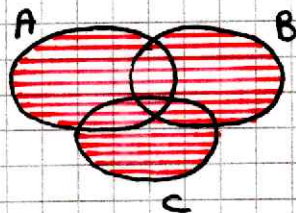
$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$



BİRLEŞİM BÖLGESİNİN TARAMA METODUYLA BULUNMASI

1) $A \cup B$ Kümesinin Bulunması

Birleşimi oluşturan kümelerin her biri aynı yönde taranır. Aynı yönde taranmış bölgenin tamamı birleşim kümesini gösterir.

2) $A \cup B \cup C$ Kümesinin Bulunması

Birleşimi oluşturan kümelerin her biri aynı yönde taranır. Aynı yönde taranmış bölgelerin tamamı birleşim kümesini gösterir.

İKİNCİ BÖLÜM

KÜMELER

BİRLEŞİMİN ÖZELLİKLERİ

- 1- $A \cup A = A$ (Tek Kuvvet Özelliği)
- 2- $A \cup \emptyset = A$
- 3- $A \cup B = (A \setminus B) \cup B = (B \setminus A) \cup A$
- 4- $A \cup B = B \cup A$ (Değişme Özelliği)
- 5- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ (Birleşme Özelliği)
- 6- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- 7- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$
- 8- $(B \cap C) \cup A = (B \cup A) \cap (C \cup A)$
- 9- $s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B) = s(A \setminus B) + s(B \setminus A) + s(A \cap B)$
 $= s(A \setminus B) + s(B) = s(B \setminus A) + s(A)$
- 10- $s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) + s(A \cap B \cap C) - s(A \cap B) - s(A \cap C) - s(B \cap C)$
- 11- $A \cup B = \emptyset \Leftrightarrow A = \emptyset \wedge B = \emptyset$
- 12- $A \cup B = \emptyset \Rightarrow A = \emptyset \vee B = \emptyset$
- 13- $(A \cap B) \subset (A \cup B)$

ALT KÜME

Tanım=

A kümesinin her elemanı B kümesinin de elemanı ise A, B nin alt kümesidir. veya B, A'yı kapsar denir.

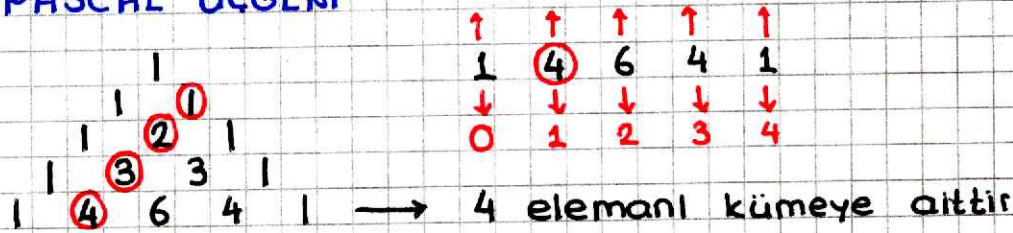
- $A \not\subset B \longrightarrow$ A kümesi B kümesinin alt kümesi değildir.
 $A \subset B \longrightarrow$ A kümesi B kümesinin alt kümesidir.
 $B \supset A \longrightarrow$ B kümesi A kümesini kapsar
 (A, B nin alt kümesidir)

$$A \subset B \iff (\forall x \in A \rightarrow x \in B)$$

$$A \not\subset B \iff (\exists x, x \in A \wedge x \notin B)$$

PASCAL ÜÇGENİ COMBINASYON ve ALT KÜME ARASINDAKİ İLİŞKİ

PASCAL ÜÇGENİ



4 elemanlı	bir kümenin	0 elemanlı	alt küme	sayısı	→	1
"	"	1	"	"	→	4
"	"	2	"	"	→	6
"	"	3	"	"	→	4
"	"	4	"	"	→	1

dir.

İKİNCİ BÖLÜM

KÜMELER

PASCAL ÜÇGENİ (DEVAMI)

$C(4,0)$	$C(4,1)$	$C(4,2)$	$C(4,3)$	$C(4,4)$
↑	↑	↑	↑	↑
1	4	6	4	1
↓	↓	↓	↓	↓
0	1	2	3	4

ALT KÜME ÖZELLİKLERİ

- 1) Boş küme her kümenin alt kümesidir.
- 2) Her küme kendisinin alt kümesidir.
- 3) $A \subset B \Leftrightarrow B \subset A \Rightarrow A=B \rightarrow A$ ve B eşit kümelerdir.
- 4) n elemanlı bir kümenin alt küme sayısı $= 2^n$
- 5) $A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$, $A \cup B = B$
- 6) $A \subset B \subset C \Rightarrow A \subset C$
- 7) $A \subset B \Leftrightarrow B \supset A$
- 8) m elemanlı bir kümenin n elemanlı alt küme sayısı

$$C(m, n) = \binom{m}{n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

- 9) n elemanlı bir kümenin en çok r elemanlı alt küme sayısı

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{r}$$

- 10) n elemanlı bir kümenin en az $r+1$ elemanlı alt küme sayısı

$$\binom{n}{r+1} + \binom{n}{r+2} + \binom{n}{r+3} + \dots + \binom{n}{n}$$

- 11) n elemanlı bir kümenin tüm alt kümelerinin sayısı

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

AYRIK KÜMELER

Tanım = Birbirleriyle kesişmeyen (hiç bir ortak elemanı olmayan) kümelerdir.

$$A \text{ ile } B \text{ ayrik küme ise } A \cap B = \emptyset$$

HATIRLATMA

$$C(m, n) = \binom{m}{n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

m elemanlı bir kümenin n elemanlı alt küme sayısını verir

(m nin n li kombinasyonu)

İKİNCİ BÖLÜM

KÜMELER

KUVVET KÜMESİ

A kümesinin alt kümelerinden oluşan kümeler topluluğuna A kümesinin kuvvet kümesi denir. $P(A)$ ile gösterilir. Eleman sayısı A kümesinin alt küme sayısına eşittir.

$$s(P(A)) = 2^{s(A)}$$

KOMBINASYONLA İLGİLİ ÖNEMLİ BİLGİLER

$$C(n, p) = C_n^p = \binom{n}{p} = \frac{P(n, p)}{p!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

$$1- \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$$

$$2- \binom{n}{1} = n$$

$$3- \binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$$

$$4- \binom{n}{p} + \binom{n}{p+1} = \binom{n+1}{p+1}$$

$$5- \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

$$6- \binom{n}{a} = \binom{n}{b} \Leftrightarrow n = a + b$$

! = Faktöryel

$n!$ = n faktöryel
n den başlayıp
1'e azalarak
1'e kadar yazıl-
an tam sayıla-
rın çarpımı

$$0! = 1, 1! = 1$$

EVRENSEL KÜME

Elemanları incelenen probleme göre değişen en geniş kümedir. E ile gösterilir.

$$s(E) = s(A) + s(A'), \quad A \subseteq E \quad E = \{x | x \in A \vee x \notin A\}$$

BİR KÜMENİN TÜMLEYENİ

Tanım = E evrensel kümesi içerisinde bir A kümesi verilsin E nin A'ya ait olmayan elemanlarının oluşturduğu kümeye A'nın tümleyeni denir. ve A' ile gösterilir.

İKİNCİ BÖLÜM

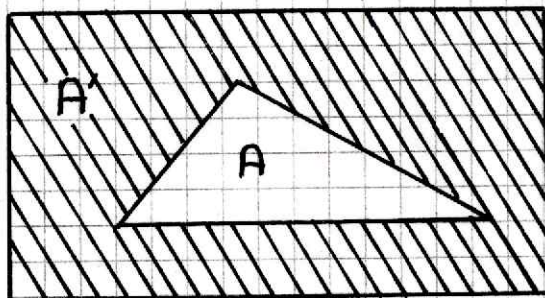
KÜMELER

BİR KÜMENİN TÜHLEYENİ = (DEVAMI)

$$A \subseteq E \Rightarrow A' = \{x \mid x \notin A \wedge x \in E\}$$

$$A' = E - A = E \setminus A \Rightarrow s(A') = s(E) - s(A) \text{ dir.}$$

ÖRNEK



$$\left. \begin{array}{l} E = \{a, b, c, d, e\} \\ A = \{a, d\} \end{array} \right\} \Rightarrow A' = \{b, c, e\}$$

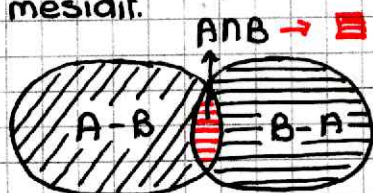
$$ACE, ACE \text{ ve } A \cup A' = E$$

TÜHLEMENİN ÖZELLİKLERİ

- 1- $\emptyset' = E$
- 2- $(A')' = A$
- 3- $A \cup A' = E, A \cap A' = \emptyset$
- 4- $E \cup A' = E, E \cap A' = A'$
- 5- $\left. \begin{array}{l} (A \cup B)' = A' \cap B' \\ (A \cap B)' = A' \cup B' \end{array} \right\} \Rightarrow \text{De Morgan Kuralı}$
- 6- $A \subseteq B \Leftrightarrow B' \subseteq A'$
- 7- $A' = E \setminus A = E - A$
- 8- $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A \subseteq B' \text{ ve } B \subseteq A'$
- 9- $A' \setminus A = A', A' \setminus A = E \Rightarrow A = \emptyset$
- 10- $s(E) = s(A) + s(A')$

İKİ KÜMENİN FARKI =

Tanım = A ve B herhangi iki küme olsun. A'nın elemanı olup B'nin elemanı olmayan, elemanların kümesine, B'nin A'dan farkı denir. $A \setminus B$ şeklinde gösterilir. A kümesinin, B kümesinden farklı olan elemanların kümesidir.



$$A \cap B \rightarrow \text{■}$$

$$A \setminus B = A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$

$$A \setminus B \setminus C = (A \setminus B) \setminus C \neq A \setminus (B \setminus C)$$

$$A \setminus B \neq B \setminus A$$

İKİNCİ BÖLÜM

KÜMELER

İKİ KÜMENİN FARKI = (DEVAMI)

FARKIN ÖZELLİKLERİ =

Tanım = Kümelerde fark işlemine ait özellikler aşağıda açıklanmıştır.

- 1- $A - B = A \cap B' = B' - A' = A \setminus B$
- 2- $E - A = A' \quad A - E = \emptyset$
- 3- $A \subset B \Rightarrow A - B = \emptyset$
- 4- $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$
- 5- $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$
- 6- $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A \setminus B = A, B \setminus A = B$
- 7- $s(A \setminus B) = s(A) - s(A \cap B)$
- 8- $(A \setminus B) \cup B = A \cup B$
- 9- $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$
- 10- $A = \emptyset \Rightarrow A' / A = E$
- 11- $A \setminus \emptyset = A, \emptyset \setminus A = \emptyset$
- 12- $A \setminus A' = A$
- 13- $A \setminus A = \emptyset$
- 14- $A \setminus B \neq B \setminus A \rightarrow$ Genelde
- 15- $A \setminus B = B \setminus A = \emptyset \Rightarrow A = B$
- 16- $(C \cup B) \setminus (A \cup B) = C \setminus (A \cup B)$

SİMETRİK FARK

Tanım = $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

$\rightarrow$ A ile B kümesinin simetrik farkı

SİMETRİK FARKIN ÖZELLİKLERİ

- 1- $A \Delta A = \emptyset$
- 2- $A \Delta B = B \Delta A$
- 3- $A \Delta \emptyset = A$
- 4- $A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C$

KÜME MANTIK İLİŞKİSİ ve DÖNÜŞÜMLER

Küme Mantık

$\subset \rightarrow$
 $= \leftrightarrow$
 $\cup \rightarrow \vee$
 $\cap \rightarrow \wedge$

$a \leq b \equiv (a = b) \vee (a < b)$
 $x \in \emptyset \equiv 0$
 $(x \in A) \wedge (x \notin A) \equiv \emptyset \equiv \{x \mid 0\}$

$A \cup (A \cap B) = A \rightarrow P \vee (P \wedge q) \equiv P$
 $A \cap (A \cup B) = A \rightarrow P \wedge (P \vee q) \equiv P$

- 1- $\emptyset \subset A \rightarrow 0 \Rightarrow P$
- 2- $A \subset A \rightarrow P \Rightarrow P$
- 3- $A \subset B$ ve $B \subset A$ ise $A = B \rightarrow [(P \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow P)] \equiv P \Leftrightarrow q$
- 4- $A \subset B$ ve $B \subset C$ ise $A \subset C \rightarrow [(P \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \equiv P \Rightarrow r$

İKİNCİ BÖLÜM

KÜMELER

KÜME MANTIK İLİSKİSİ ve DÖNÜŞÜMLER = (DEVAMI)

5- $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

6- $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

7- $A' = \{x \mid x \in E \wedge x \notin A\} = E \setminus A$

8- $A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$

9- $A \subset B \Leftrightarrow \{x \mid \forall x, x \in A \Rightarrow x \in B\}$

10- $A \not\subset B \Leftrightarrow \{x \mid \exists x, x \in A \wedge x \notin B\}$

11- $\emptyset = \{x \mid \forall x, x \in A' \} = \{x \mid \forall x, x \in A \wedge x \notin A\}$

12- $E = \{x \mid x \in A \vee x \notin A\}$

13- $x \notin A \equiv x \in A'$

ÖNEMLİ İSPATLAR

$$A \cup A = \{x \mid x \in A \vee x \in A\} = \{x \mid x \in A\} = A$$

$$\boxed{A \cup A = A}$$

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\} = \{x \mid x \in B \vee x \in A\} = B \cup A$$

$$\boxed{A \cup B = B \cup A}$$

$$\begin{aligned} A \cup (B \cup C) &= \{x \mid x \in A \vee x \in (B \cup C)\} = \{x \mid x \in A \vee (x \in B \vee x \in C)\} \\ &= \{x \mid (x \in A \vee x \in B) \vee x \in C\} = \{x \mid x \in (A \cup B) \vee x \in C\} \\ &= (A \cup B) \cup C \end{aligned}$$

$$\boxed{A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C}$$

$$\begin{aligned} A \cup \emptyset &= \{x \mid x \in A \vee x \in \emptyset\} = \{x \mid x \in A \vee [(x \in A) \wedge (x \notin A)]\} \\ &= \{x \mid [(x \in A) \vee (x \in A)] \wedge [(x \in A) \vee (x \notin A)]\} \\ &= \{x \mid [(x \in A) \wedge (x \in E)]\} = \{x \mid x \in (A \cap E)\} = \{x \mid x \in A\} \\ &= A \end{aligned}$$

$$\boxed{A \cup \emptyset = A}$$

$$A \cap A' = \{x \mid x \in A \wedge x \in A'\} = \emptyset$$

$$\boxed{A \cap A' = \emptyset}$$

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\} = \{x \mid x \in A \wedge x \in B'\} = \{x \mid x \in (A \cap B')\} = A \cap B'$$

$$\boxed{A \setminus B = A \cap B'}$$

İKİNCİ BÖLÜM

KÜMELER

ÖNEMLİ İSPATLAR = (DEVAMI)

$$A \cap A = \{x | x \in A \wedge x \in A\} = \{x | x \in A\} = A$$

$$A \cap A = A$$

$$A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\} = \{x | x \in B \wedge x \in A\} = \{x | x \in (B \cap A)\} = B \cap A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

$$\begin{aligned} A \cap (B \cap C) &= \{x | x \in A \wedge x \in (B \cap C)\} = \{x | x \in A \wedge x \in B \wedge x \in C\} \\ &= \{x | (x \in A \wedge x \in B) \wedge x \in C\} = \{x | x \in (A \cap B) \wedge x \in C\} \\ &= \{x | x \in [(A \cap B) \cap C]\} = A \cap B \cap C = (A \cap B) \cap C \end{aligned}$$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C$$

$$\begin{aligned} A \cap \emptyset &= \{x | x \in A \wedge x \in \emptyset\} = \{x | (x \in A) \wedge [(x \in A) \wedge x(x \notin A)]\} \\ &= \{x | [(x \in A) \wedge (x \in A)] \wedge (x \notin A)\} = \{x | (x \in A) \wedge (x \notin A)\} = \emptyset \end{aligned}$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$\begin{aligned} A \cap (B \cup C) &= \{x | (x \in A) \wedge x \in (B \cup C)\} = \{x | (x \in A) \wedge [(x \in B) \vee (x \in C)]\} \\ &= \{x | [(x \in A) \wedge (x \in B)] \vee [(x \in A) \wedge (x \in C)]\} \\ &= \{x | x \in (A \cap B) \vee x \in (A \cap C)\} = \{x | x \in [(A \cap B) \cup (A \cap C)]\} \\ &= (A \cap B) \cup (A \cap C) \end{aligned}$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$\begin{aligned} (A \cap B) \cup C &= \{x | x \in (A \cap B) \vee x \in C\} = \{x | [(x \in A) \wedge (x \in B)] \vee (x \in C)\} \\ &= \{x | [(x \in A) \vee (x \in C)] \wedge [(x \in B) \vee (x \in C)]\} \\ &= \{x | x \in (A \cup C) \wedge x \in (B \cup C)\} = \{x | x \in [(A \cup C) \cap (B \cup C)]\} \\ &= (A \cup C) \cap (B \cup C) \end{aligned}$$

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

$$A' = \{x | x \in E \wedge x \notin A\}$$

$$\begin{aligned} (A \cup B)' &= \{x | x \in E \wedge x \notin (A \cup B)\} = \{x | x \in E \wedge [x \notin (A \cup B)]\} \\ &= \{x | x \in E \wedge (x \notin A \vee x \notin B)\}' = \{x | x \in E \wedge (x \notin A \wedge x \notin B)\} \\ &= \{x | x \in E \wedge (x \in A' \wedge x \in B')\} = \{x | x \in E \wedge x \in (A' \cap B')\} \\ &= \{x | x \in E \cap (A' \cap B')\} = \{x | x \in (A' \cap B')\} = A' \cap B' \end{aligned}$$

$$(A \cup B)' = (A' \cap B')$$

İKİNCİ BÖLÜM

KÜMELER

ÖNEMLİ İSPATLAR = (DEVAMI)

$A \subset B \Rightarrow A \cup B = B$ olduğunu kanıtlayalım.

$$P \Rightarrow Q \equiv Q' \Rightarrow P' \quad P \vee Q \equiv P$$

$$Q' \equiv (A \cup B \neq B) \equiv x \in (A \cup B) \wedge x \notin B \equiv (x \in A \vee x \in B) \wedge (x \notin B)$$

$$Q' \equiv (x \in A \wedge x \notin B) \vee \underbrace{(x \in B \wedge x \notin B)}_0 \equiv (x \in A \wedge x \notin B) \Leftrightarrow A \not\subset B \equiv P'$$

$$Q' \equiv P'$$

$$\boxed{\text{KURAL } A \not\subset B \Leftrightarrow [\exists x, x \in A \wedge x \notin B]}$$

$$\boxed{A \subset B \Rightarrow A \cup B = B}$$

$A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$ olduğunu kanıtlayalım.

$$P \Rightarrow Q \equiv Q' \Rightarrow P'$$

P' 'ünden giderek Q' 'i bulursak bu kuralın doğruluğunu kanıtlamış oluruz. (Olmayana Ergime Metodu)

$$Q' \equiv [(A \cap B) \neq A] \equiv [A \neq (A \cap B)]$$

$$\begin{aligned} (\exists x), [x \in A \wedge x \notin (A \cap B)] &\equiv x \in A \wedge x \in (A \cap B)' \equiv x \in A \wedge (x \in A \wedge x \in B)' \\ &\equiv x \in A \wedge (x \in A' \vee x \in B') \\ &\equiv (x \in A \wedge x \in A') \vee (x \in A \wedge x \in B') \\ &\equiv \underbrace{(x \in A \wedge x \in A)}_0 \vee (x \in A \wedge x \notin B) \\ &\equiv [\exists x, x \in A \wedge x \notin B] \equiv P' \equiv A \not\subset B \end{aligned}$$

$$\boxed{A \subset B \Rightarrow A \cap B = A}$$

$$\begin{aligned} A \subset B &\Leftrightarrow [\forall x, x \in A \Rightarrow x \in B] \\ &\Leftrightarrow [\forall x, (x \in B)' \Rightarrow (x \in A)'] \\ &\Leftrightarrow [\forall x, x \in B' \Rightarrow x \in A'] \\ &\Leftrightarrow B' \subset A' \end{aligned}$$

} $\Rightarrow$

ispat yöntemi

$$\boxed{P \Rightarrow Q \equiv Q' \Rightarrow P'}$$

$$\boxed{A \subset B = B' \subset A'}$$